Subiectul II — Exercițiul 2

Matematica — M2_Stiinte-ale-Naturii

Toate aparițiile acestui exercițiu din toate modelele de examen din categoria de mai sus.

102 exerciții · din 102 sesiuni (2012–2026)

1. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră polinomul $f = X^3 + (m-3)X^2 - 17X + (2m+7)$, cu $m \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Pentru $m = 4$ determinați câtul şi restul împărțirii polinomului f la $X - 3$.

5p **b)** Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care polinomul f este divizibil cu $X - 1$.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $27^x + 9^x - 17 \cdot 3^x + 15 = 0$.

SUBIECTUL al III-lea

2. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Speciala Subiect V07 · V07

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V07.pdf

5p | **c)** Pentru $a=0$, rezolvați sistemul de ecuații.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=x+y-1$.

5p | **a)** Arătați că $x*1=x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p | **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x*x*x=4$.

5p | **c)** Determinați numărul natural n, $n\geq 2$, pentru care $C_n^1*C_n^2=14$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de**

3. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

2. În $\mathbb{Z}_5[X]$ se consideră polinomul $f=mX^5+nX$, cu $m,n\in\mathbb{Z}_5$.

5p **a)** Determinați $n\in\mathbb{Z}_5$ pentru care $f\left(\hat{1}\right)=m$.

5p **b)** Pentru $m=\hat{1}$ şi $n=\hat{4}$, determinați rădăcinile din $\mathbb{Z}_5$ ale polinomului f.

5p **c)** Arătați că, dacă $f\left(\hat{1}\right)=f\left(\hat{2}\right)$, atunci $f\left(\hat{3}\right)=f\left(\hat{4}\right)$.

4. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V05.pdf

2. În $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f = X^3 + 3X^2 - 3X - 1$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3.

5p **a)** Arătați că polinomul f se divide cu $X - 1$.

5p **b)** Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

5p **c)** Verificați dacă $(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = 13$.

SUBIECTUL al III-lea

5. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x \circ y = x + ay + 1$, unde $a \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Pentru $a = 1$ calculați $2011 \circ 2012$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care legea de compoziție „$\circ$” este asociativă.

5p **c)** Pentru $a = -1$ rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x \circ 2^x = 1$.

6. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2-2X+m$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=3$, calculaţi $f(1)$.

5p **b)** Determinaţi numărul real m ştiind că restul împărţirii polinomului f la $X-2$ este egal cu 2.

5p **c)** Pentru $m=4$, arătaţi că $(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=1$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

7. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră x_1, x_2 și x_3 rădăcinile complexe ale polinomului $f=X^3+X^2+mX+m$, unde m este un număr real.

5p **a)** Arătați că f este divizibil cu $X+1$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=11$.

5p **c)** Determinați valorile reale ale lui m știind că $|x_1|=|x_2|=|x_3|$.

8. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

2. Pe $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x * y = \sqrt{x^2 + y^2 + 4}$.

5p **a)** Calculaţi $2 * 2$.

5p **b)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x * x = \sqrt{12}$.

5p **c)** Arătaţi că numărul $\underbrace{1 * 1 * \cdots * 1}_{1 \text{ de } 8 \text{ ori}}$ este întreg.

9. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră x_1, x_2, x_3 rădăcinile complexe ale polinomului $f = X^3 + X + a$, unde a este număr real.

5p **a)** Pentru $a = -2$, arătaţi că $f(1) = 0$.

5p **b)** Determinaţi numărul real a, ştiind că $(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = 2$.

5p **c)** Pentru $a \neq 0$, determinaţi un polinom de grad trei, având coeficienţii reali, care are rădăcinile $\frac{1}{x_1}$, $\frac{1}{x_2}$ şi $\frac{1}{x_3}$.

10. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_6,+,\cdot)$, unde $\mathbb{Z}_6=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5}\}$.

5p **a)** Rezolvaţi în $\mathbb{Z}_6$ ecuaţia $\hat{3}x+\hat{2}=\hat{5}$.

5p **b)** Determinați mulțimea valorilor funcției $f:\mathbb{Z}_6\to\mathbb{Z}_6$, $f(x)=x^3-x$.

5p **c)** Determinaţi numărul elementelor mulţimii $H=\{x^{10}\mid x\in\mathbb{Z}_6\}$.

11. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy - 3x - 3y + 6$.

5p **a)** Calculați $1 \circ 2$.

5p **b)** Arătaţi că $x \circ y = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(y - \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}$ pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = 2$.

12. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-4\left(x+y-5\right)$.

5p **a)** Calculați $4*5$.

5p **b)** Arătați că $x*y=\left(x-4\right)\left(y-4\right)+4$ pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Calculați $1*2*3*\cdots*2014$.

13. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=4\left(x+y-3\right)-xy$.

5p **a)** Calculaţi $2*4$.

5p **b)** Arătaţi că $x*y=4-\left(x-4\right)\left(y-4\right)$ pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x*x*x=x$.

14. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. În $\mathbb{Z}_5[X]$ se consideră polinomul $f = X^3 + aX$, unde $\mathbb{Z}_5 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}\}$ și $a \in \mathbb{Z}_5$.

5p **a)** Calculaţi $f(\hat{0})$.

5p **b)** Determinaţi $a \in \mathbb{Z}_5$, știind că $f(\hat{3}) = \hat{3}$.

5p **c)** Arătaţi că, dacă $f(\hat{1}) = f(\hat{2})$, atunci $f(\hat{3}) = f(\hat{4})$.

15. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$.

5p **a)** Arătați că $x \circ y = 3(x+1)(y+1) - 1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Determinați numerele întregi a și b, știind că $a \circ b = 2$.

5p **c)** Calculaţi $(-1) \circ 0 \circ 1 \circ \ldots \circ 2015$.

16. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-7x-7y+56$.

5p **a)** Arătați că $(-7)*7=7$.

5p **b)** Arătați că $x*y=(x-7)(y-7)+7$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Calculați $1*2*3*\cdots*2015$.

17. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = -xy - x - y - 2$.

5p **a)** Arătați că $(-1) * 1 = -1$.

5p **b)** Arătaţi că $x * y = -(x+1)(y+1) - 1$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(x+2) * (2x-3) = 5$.

18. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - mX + 2$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(0) = 2$.

5p **b)** Determinați numărul real m, știind că restul împărțirii lui f la polinomul $g = X^2 + X - 2$ este egal cu 0.

5p **c)** Demonstrați că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -6$, pentru orice număr real m, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

19. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$.

5p **a)** Arătați că $(-1) \circ 1 = -1$.

5p **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = x$.

5p **c)** Determinați perechile (a,b) de numerele întregi, știind că $a \circ b = 8$.

20. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

este număr natural, $n \geq 2$. Demonstrați că aria triunghiului OAB este număr natural.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x \circ y = 6xy - 2x - 2y + 1$.

5p **a)** Calculați $1 \circ \frac{1}{3}$.

5p **b)** Determinaţi elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.

5p **c)** Calculați $\frac{1}{1008} \circ \frac{2}{1008} \circ \frac{3}{1008} \circ \ldots \circ \frac{2016}{1008}$.

21. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3-X^2+aX+2$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(-1)+f(1)=2$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Determinați numărul real a, pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul X^2-2X+2.

5p **c)** Demonstrați că $x_1^3+x_2^3+x_3^3+3x_1x_2+3x_2x_3+3x_1x_3=-5$, pentru orice număr real a, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

22. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+mX+4$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(-1)+f(1)=0$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Pentru $m=-1$, arătați că polinomul f se divide cu polinomul X^2-1.

5p **c)** Determinați numărul real m, știind că $x_1^2+x_2^2+x_3^2-4\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=0$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

23. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = -3xy + 9x + 9y - 24$.

5p **a)** Arătați că $x * y = -3(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.

5p **c)** Determinați numărul real x, pentru care $(x * x) * x = 12$.

24. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = -3xy + 9x + 9y - 24$.

5p **a)** Arătați că $x * y = -3(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.

5p **c)** Determinați numărul real x, pentru care $(x * x) * x = 12$.

25. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = 4xy - 4x - 4y + 5$.

5p **a)** Arătați că $x \circ y = 4(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Arătați că $N = 2016 \circ 2017$ este pătratul unui număr natural.

5p **c)** Determinați numerele naturale a și b pentru care $a \circ b = 13$.

26. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

2. Se consideră polinomul $f = X^3 + aX^2 + X - 1$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(1) - f(-1) = 4$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Pentru $a = 2$, calculați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + X + 1$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $x_1 + x_2 + x_3 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = x_1x_2x_3 - 1$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

27. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 6x + 6y + 30$.

5p **a)** Arătați că $x \circ y = (x+6)(y+6) - 6$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Arătați că $e = -5$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $x \circ (-2017) = 2017 \circ (-6)$.

28. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3+mX^2+2X-4$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=1$, arătați că $f(1)=0$.

5p **b)** Arătați că, dacă polinomul f se divide cu $X+2$, atunci restul împărțirii lui f la $X+3$ este egal cu -1.

5p **c)** Determinați numărul real m, știind că $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+x_1+x_2+x_3=\frac{1}{2}$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

29. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulţimea $M=(0,+\infty)$ se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x^{2\log_3 y}$.

5p **a)** Arătați că $2\circ 9=16$.

5p **b)** Determinați numărul real x, $x\in M$ pentru care $x\circ 3=25$.

5p **c)** Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.

30. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea $\mathbb{Z}_7$ se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy + \hat{6}x + \hat{6}y + \hat{2}$.

5p **a)** Demonstrați că $x * y = \left(x + \hat{6}\right)\left(y + \hat{6}\right) + \hat{1}$, pentru orice $x,\ y \in \mathbb{Z}_7$.

5p **b)** Demonstrați că $x * \hat{1} = \hat{1} * x = \hat{1}$, pentru orice $x \in \mathbb{Z}_7$.

5p **c)** Calculați $\hat{0} * \hat{1} * \hat{2} * \hat{3} * \hat{4} * \hat{5} * \hat{6}$.

31. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră polinomul $f=2X^3-4X^2-7X+m$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=9$, arătați că $f(1)=0$.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu $X+\sqrt{2}$.

5p **c)** Determinați numărul real m, știind că suma a două rădăcini ale polinomului f este egală cu 1.

32. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 8xy + x + y$.

5p **a)** Arătați că $x \circ y = 8\left(x + \frac{1}{8}\right)\left(y + \frac{1}{8}\right) - \frac{1}{8}$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Determinați numerele reale x, pentru care $x \circ x = 1$.

5p **c)** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 8x + 1$. Demonstrați că $f(x \circ y \circ z) = f(x) \cdot f(y) \cdot f(z)$, pentru orice numere reale x, y și z.

33. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Vara Iunie · V02

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

2. Se consideră polinomul $f=4X^3-6X+m$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=2$, arătați că $f(1)=0$.

5p **b)** Demonstrați că, oricare ar fi numărul real m, polinomul f **nu** se divide cu polinomul X^2+X+1.

5p **c)** Determinați numărul real nenul m, știind că $\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)^2=\frac{1}{x_1}\cdot\frac{1}{x_2}\cdot\frac{1}{x_3}$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

34. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=5xy-5(x+y)+6$.

5p **a)** Demonstrați că $x*y=5(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x*x*x<26$.

5p **c)** Determinați numărul natural nenul n pentru care $\frac{1}{n^2}*\frac{1}{(n+1)^2}*\frac{1}{(n+2)^2}=-19$.

35. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=4x+4y-4xy-3$.

5p **a)** Demonstrați că $x*y=1-4(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Arătați că $x*\frac{1}{x}\geq 1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $x*x*x*x=x$.

36. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=5x+5y-xy-20$.

5p **a)** Arătați că $x*y=-(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x*x\geq x$.

5p **c)** Calculați $1*(-2)*3*(-4)*\ldots*(-2018)*2019$.

37. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 3$.

5p **a)** Arătați că $x \circ y = 2(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x \circ x \leq 9$.

5p **c)** Calculați $1^n \circ 2^n \circ 3^n \circ \ldots \circ 2019^n$, pentru orice număr natural nenul n.

38. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

2. Pe mulţimea $G=(-2,2)$ se defineşte legea de compoziţie $x*y=\dfrac{4x+4y}{4+xy}$.

5p **a)** Arătați că 0 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.

5p **b)** Determinați $x\in G$, pentru care $x*x=\dfrac{8}{5}$.

5p **c)** Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to G$, $f(x)=\dfrac{2(x-1)}{x+1}$. Demonstrați că $f(xy)=f(x)*f(y)$, pentru orice $x,y\in(0,+\infty)$.

39. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3-15X^2+mX-80$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=95$, arătați că $f(1)=1$.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care $x_1(x_1-x_2)+x_2(x_2-x_3)+x_3(x_3-x_1)=0$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Determinați rădăcinile polinomului f, știind că acestea sunt numere reale în progresie aritmetică.

40. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = \dfrac{x + y + 1}{x^2 + y^2 + 1}$.

5p **a)** Arătați că $0 * 1 = 1$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x * x = 1$.

5p **c)** Demonstrați că $x * (-x) \leq 1$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea

41. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

2. Pe mulțimea $M=[0,+\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x*y=\sqrt{x^2+y^2}$.

5p **a)** Arătați că $N=\sqrt{33}*\sqrt{31}$ este un număr natural.

5p **b)** Determinați numărul $x\in M$ pentru care $(x*x*x)^2=300$.

5p **c)** Se consideră funcția $f:(-\infty,0]\to[0,+\infty)$, $f(x)=\sqrt{-2020x}$. Arătați că $f(x+y)=f(x)*f(y)$, pentru orice $x,y\in(-\infty,0]$.

42. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy - x - y + 2$.

5p **a)** Arătați că $x \circ y = (x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x \circ x \leq 5$.

5p **c)** Calculați $1^n \circ 2^n \circ 3^n \circ \ldots \circ 2020^n$, pentru orice număr natural nenul n.

43. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=5(x+y-4)-xy$.

5p **a)** Arătați că $x*y=-(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*x\geq x$.

5p **c)** Calculați $1*(-2)*3*(-4)*\ldots*2019*(-2020)$.

44. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = x + y + 7xy$.

5p **a)** Arătați că $x \circ y = 7\left(x + \frac{1}{7}\right)\left(y + \frac{1}{7}\right) - \frac{1}{7}$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Determinați numerele reale x, pentru care $x \circ x = 5$.

5p **c)** Dați exemplu de numere distincte $a, b \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ pentru care numărul $a \circ b$ este natural.

45. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziţie asociativă și cu element neutru $x * y = xy - 101x - 101y + 10302$.

5p **a)** Arătaţi că $x * y = (x - 101)(y - 101) + 101$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **b)** Determinaţi numerele reale care sunt egale cu simetricul lor în raport cu legea „$*$”.

5p **c)** Determinaţi numerele întregi x și y, cu $x < y$, pentru care $x * y = 202$.

46. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definesc legile de compoziție $x*y=x+y-1$ și $x\circ y=xy-x-y+2$.

5p **a)** Arătați că $2\circ(1*3)=(2\circ 1)*(2\circ 3)$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $3^{x\circ x}=\left(\frac{1}{9}\right)^{x*x}$.

5p **c)** Determinați numerele reale x și y pentru care $(x-1)*(2y+1)=2$ și $(x+y)\circ 4=10$.

47. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=xy+m(x+y)$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $(-1)*1=-1$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Demonstrați că $x*y=(x+m)(y+m)-m^2$, pentru orice numere reale x, y și m.

5p **c)** Pentru $m=-1$, determinați numerele reale x pentru care $5^x*5^{x+1}=-1$.

48. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 3xy - 3\sqrt{2}(x+y) + 6 + \sqrt{2}$.

5p **a)** Arătați că $\sqrt{2} \circ 1 = \sqrt{2}$.

5p **b)** Demonstrați că $x \circ y = 3\left(x - \sqrt{2}\right)\left(y - \sqrt{2}\right) + \sqrt{2}$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Calculați $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{1}} \circ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \circ \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \circ \ldots \circ \frac{\sqrt{2020}}{\sqrt{2017}}$.

49. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=\sqrt[3]{x^3+y^3+8}$.

5p **a)** Arătați că $2020*(-2020)=2$.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **c)** Știind că $(\mathbb{R},*)$ este grup, demonstrați că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+8$ este morfism de la grupul $(\mathbb{R},*)$ la grupul $(\mathbb{R},+)$.

50. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = x + y + 11xy$.

5p **a)** Demonstrați că $x \circ y = 11\left(x + \frac{1}{11}\right)\left(y + \frac{1}{11}\right) - \frac{1}{11}$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Determinați numerele reale x, pentru care $x \circ x = \frac{8}{11}$.

5p **c)** Calculați partea întreagă a numărului $a = \left(1 - \frac{1}{11}\right) \circ \left(1 - \frac{2}{11}\right) \circ \left(1 - \frac{3}{11}\right) \circ \left(1 - \frac{4}{11}\right)$.

51. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

2. Pe mulțimea $M=(0,1)$ se definește legea de compoziție $x\circ y=\dfrac{xy}{1-x-y+2xy}$.

5p **a)** Arătați că $x\circ\dfrac{1}{2}=x$, pentru orice $x\in M$.

5p **b)** Demonstrați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

5p **c)** Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to(0,1)$, $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$. Arătați că $f(x)\circ f(y)=f(xy)$, pentru orice $x,\ y\in(0,+\infty)$.

52. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 3x - 2y + 1$.

5p **a)** Arătați că $5 * 8 = 0$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $2020^x * 2020^x = 2$.

5p **c)** Demonstrați că există o infinitate de perechi (m,n) de numere întregi pentru care $m * n = 0$.

53. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=\frac{1}{3}xy+x+y$.

5p **a)** Demonstrați că $x\circ y=\frac{1}{3}(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-3$. Arătați că $f(xy)=f(x)\circ f(y)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Demonstrați că $x_1\circ x_2\circ\ldots\circ x_n=\frac{(x_1+3)(x_2+3)\cdot\ldots\cdot(x_n+3)-3^n}{3^{n-1}}$, pentru orice $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$ și orice numere reale $x_1, x_2,\ldots, x_{n-1}$ și x_n.

54. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=5(x+2)(y+2)-2$.

5p **a)** Arătați că $x*(-2)=-2$, pentru orice număr real x.

5p **b)** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x-10}{5}$. Demonstrați că $f(x+y)=f(x)*f(y)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numărul real x, astfel încât $x*x*x=23$.

55. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test15

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test15.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x^2 + xy + y^2$.

5p **a)** Arătați că $x \circ x \geq 0$, pentru orice număr real x.

5p **b)** Se consideră numerele reale a și b cu $a \neq b$. Determinați numărul real x pentru care $x \circ a = x \circ b$.

5p **c)** Determinați numărul real x cu proprietatea că $x \circ (x+1) = -x^3$.

56. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + y - 7$.

5p **a)** Arătați că $5 \circ 2 = 0$.

5p **b)** Se consideră funcția $f:(0,+\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = 7 + \log_7 x$. Arătați că $f(x) \circ f(y) = f(xy)$, pentru orice $x, y \in (0,+\infty)$.

5p **c)** Demonstrați că $a^2 \circ b^2 \neq 0$, pentru orice numere întregi a și b.

57. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \sqrt[3]{x^2 + y^2}$.

5p **a)** Arătați că $0 * 8 = 4$.

5p **b)** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” **nu** are element neutru.

5p **c)** Demonstrați că există o infinitate de perechi (m, n) de numere naturale nenule pentru care numărul $m * n$ este natural nenul.

58. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 5xy + x + y$.

5p **a)** Arătați că $1 \circ 4 = 25$.

5p **b)** Demonstrați că $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **c)** Determinați elementele simetrizabile în raport cu legea de compoziție „$\circ$”.

59. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2xy - x - y + 1$.

5p **a)** Arătați că $2 * \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

5p **b)** Determinați numărul real a, astfel încât $a * x = a$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Demonstrați că $f(x * y) = f(x) \cdot f(y)$, pentru orice numere reale x și y.

60. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

2. Pe mulțimea numerelor complexe se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $z_1 \circ z_2 = iz_1z_2 + z_1 + z_2$.

5p **a)** Arătați că $i \circ i = i$.

5p **b)** Demonstrați că $z_1 \circ z_2 = i(z_1 - i)(z_2 - i) + i$, pentru orice numere complexe z_1 și z_2.

5p **c)** Demonstrați că simetricul numărului $\frac{1}{2}(1+i)$ în raport cu legea de compoziție „$\circ$” este număr real.

61. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

2. Pe mulţimea $M=[0,+\infty)$ se defineşte legea de compoziţie $x*y=x\sqrt{y+1}+y\sqrt{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $3*3=12$.

5p **b)** Demonstrați că $x*0=0*x=x$, pentru orice $x\in M$.

5p **c)** Determinați $x\in M$ pentru care $\left(x^2+2x\right)*3=7$.

62. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + \sqrt[3]{y} - 2$.

5p **a)** Arătați că $1 \circ 1 = 0$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $x \circ a = x$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x^6 = 4$.

63. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 3x^2 - 5xy + 2y^2$.

5p **a)** Arătați că $1 \circ 2 = 1$.

5p **b)** Demonstrați că $x \circ x = 0$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $2^x \circ 3^x = 0$.

64. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea $M=[0,+\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x*y=\log_2\left(2^x+2^y-1\right)$.

5p **a)** Arătați că $0*2021=2021$.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **c)** Determinați $x\in M$ pentru care $x*(x+1)*(x+2)=\log_2 54$.

65. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 3xy - (x + y) + \frac{2}{3}$.

5p **a)** Arătați că $1 \circ (-1) = -\frac{7}{3}$.

5p **b)** Demonstrați că $x \circ y = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Calculați $1 \circ \frac{1}{\sqrt{2}} \circ \frac{1}{\sqrt{3}} \circ \ldots \circ \frac{1}{\sqrt{2021}}$.

66. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y-xy$.

5p **a)** Arătați că $(-3)*3=9$.

5p **b)** Demonstrați că $x*y=\frac{1}{4}-\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $2^x*4^{x-1}=\frac{1}{4}$.

67. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=7(x-3)(y-3)+3$.

5p **a)** Arătați că $x*3=3$, pentru orice număr real x.

5p **b)** Determinați numărul real x, astfel încât $x*x*x=-46$.

5p **c)** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{5^x}{7}+3$. Demonstrați că $f(x)*f(y)=f(x+y)$, pentru orice numere reale x și y.

68. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definesc legile de compoziție $x*y=xy+2x+2y+2$ și $x\circ y=x+y+2$.

5p **a)** Arătați că $(1*2)\circ(1*3)=1*(2\circ 3)$.

5p **b)** Demonstrați că $x*e=e$, pentru orice număr real x, unde e este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **c)** Determinați numărul natural n pentru care $n*(-n)\geq n\circ(-n)$.

69. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = \sqrt{3}(xy+4) - 3(x+y)$.

5p **a)** Arătați că $\sqrt{3} \circ 2 = \sqrt{3}$.

5p **b)** Demonstrați că $x \circ y = \sqrt{3}\left(x-\sqrt{3}\right)\left(y-\sqrt{3}\right)+\sqrt{3}$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Calculați $3^1 \circ 3^{\frac{1}{2}} \circ 3^{\frac{1}{3}} \circ \ldots \circ 3^{\frac{1}{2021}}$.

70. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=\sqrt[3]{x^3+y^3-27}$.

5p **a)** Arătați că $2021*(-2021)=-3$.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **c)** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[3]{x+27}$. Demonstrați că $f(x)*f(y)=f(x+y)$, pentru orice numere reale x și y.

71. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

soluție a sistemului de ecuații.

2. Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = x + 5xy + y$.

5p **a)** Verificați dacă $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **b)** Demonstrați că $x \circ y = 5\left(x + \frac{1}{5}\right)\left(y + \frac{1}{5}\right) - \frac{1}{5}$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Calculați partea întreagă a numărului $q = \left(-\frac{1}{2}\right) \circ \left(-\frac{1}{3}\right) \circ \ldots \circ \left(-\frac{1}{2021}\right)$.

72. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

2. Pe mulţimea $A=(0,+\infty)$ se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=\frac{2x}{y}+\frac{2y}{x}$.

5p **a)** Arătaţi că numărul $a=2\circ 4$ este întreg.

5p **b)** Arătaţi că $x\circ y\geq 4$, pentru orice $x,y\in A$.

5p **c)** Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” **nu** admite element neutru.

73. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = xy + x + 2ay$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $1 \circ 0 = 1$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Determinaţi numărul real a, știind că $x \circ 1 > 4$ dacă și numai dacă $x \in (3, +\infty)$.

5p **c)** Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă dacă şi numai dacă $a = \frac{1}{2}$.

74. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2x^2 + xy + 2y^2$.

5p **a)** Arătați că $2 \circ 1 = 12$.

5p **b)** Se consideră numerele reale a, b și c astfel încât $2a + 2b + c \neq 0$. Știind că $c \circ a = c \circ b$, demonstrați că $a = b$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $x \circ (x+1) = 5x^3 + 2$.

75. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

2. Pe mulțimea $M=[1,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x\circ y=|x-y|+1$.

5p **a)** Arătați că $3\circ 5=3$.

5p **b)** Calculați $a-b$, știind că $a=(2\circ 3)\circ 4$ și $b=2\circ(3\circ 4)$.

5p **c)** Arătați că există o infinitate de perechi (m,n) de numere naturale nenule pentru care $m\circ n=m$.

76. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x \circ y = 3xy - 2x - 2y + 2$.

5p **a)** Arătați că numărul $\frac{1}{3} \circ \frac{1}{3}$ este întreg.

5p **b)** Arătați că $x \circ x \geq \frac{2}{3}$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $x \circ x \circ x = e$, unde e este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

77. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

2. Pe mulţimea $A=[0,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x\circ y=4^{xy}-(1-x-y)$.

5p **a)** Arătați că $2\circ 0=2$.

5p **b)** Arătați că $x\circ\frac{1}{x}\geq 5$, pentru orice $x\in A$, $x\neq 0$.

5p **c)** Demonstrați că, dacă m și n sunt numere naturale impare, atunci $m\circ n$ este număr natural impar.

78. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x^2 + y^2 + x + y$.

5p **a)** Arătați că $(-1) * (-1) = 0$.

5p **b)** Demonstrați că $x * y = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x^2 * x^2 \leq 4$.

SUBIECTUL al III-lea **(30**

79. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x \circ y = xy - \sqrt{2}\left(x + y - 1\right) + 2$.

5p **a)** Arătați că $\sqrt{2} \circ 0 = \sqrt{2}$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $\left(x - \sqrt{2}\right) \circ \left(x + \sqrt{2}\right) = x$.

5p **c)** Determinați numerele raționale al căror simetric în raport cu legea de compoziție „$\circ$” este număr rațional.

80. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea $M=[1,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x*y=xy-\sqrt{(x-1)(y-1)}$.

5p **a)** Arătați că $2*5=8$.

5p **b)** Arătați că $e=1$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **c)** Demonstrați că $(nx)*y\geq x(n*y)$, pentru orice $x,y\in M$ și orice număr natural n, $n\geq 2$.

81. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 5xy + 10x + 10y + 18$.

5p **a)** Arătați că $(-1) \circ 0 = 8$.

5p **b)** Demonstrați că $x \circ y = 5(x+2)(y+2) - 2$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numărul întreg m pentru care $m \circ m = m$.

82. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 4(xy+1) - 3(x+y)$.

5p **a)** Arătați că $1 \circ 2 = 3$.

5p **b)** Arătați că, dacă $a \circ 3 = 4$, atunci $a \circ (-a) = 0$.

5p **c)** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $(x \circ 1) \circ (x-1) \leq 4$.

83. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (2x-1)(2y-1)+1$.

5p **a)** Arătați că $1 * 2 = 4$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x * x = 2$.

5p **c)** Determinați numărul întreg nenul m pentru care $m * \left(1+\frac{1}{m}\right) = 1$.

84. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 3X^2 + 2X + m$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m = 6$, arătați că $f(-1) = 0$.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul $g = X^2 + 2$.

5p **c)** Determinați numărul real m pentru care $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 0$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

85. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy + x + y - 1 + 2^{xy}$.

5p **a)** Arătați că $1 * 2 = 8$.

5p **b)** Arătați că $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **c)** Determinați numărul natural nenul n pentru care $n * \left(-\frac{1}{n}\right) = 0$.

86. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - x - y + 4$.

5p **a)** Arătați că $0 \circ 3 = 1$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = 3x$.

5p **c)** Determinați numărul real a, știind că $x \circ a = x + a$, pentru orice număr real x.

87. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3+2X^2+mX-3$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=0$, arătați că $f(1)=0$.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul $X+1$.

5p **c)** Determinați numărul real m pentru care $(1-x_1)(1-x_2)(1-x_3)=x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

88. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x^2 - 4xy + 3y^2$.

5p **a)** Arătați că $0 \circ 2 = 12$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $(2x) \circ x = -1$.

5p **c)** Determinați perechile (m,n) de numere întregi, cu $m < n$, pentru care $m \circ n = 3$.

89. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy\left(x + y - xy\right)$.

5p **a)** Arătați că $1 * 3 = 3$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x * 2 = -x^2$.

5p **c)** Determinați numărul întreg nenul m pentru care $\frac{1}{2m} * m = m$.

90. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea $M=(0,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x\circ y=x+y+1-\sqrt{xy+1}$.

5p **a)** Arătați că $1\circ 8=7$.

5p **b)** Determinați $x\in M$ pentru care $x\circ\frac{3}{x}=x$.

5p **c)** Determinați numerele naturale nenule n pentru care $\left(n\circ(n+2)\right)\circ(n+4)>\frac{n^2}{2}$.

91. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3+mX^2-2X-4$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=6$, arătați că $f(1)=1$.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care $(x_1x_2x_3)^2=x_1+x_2+x_3+x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Determinați rădăcinile polinomului f, știind că restul împărțirii lui f la polinomul $X-2$ este egal cu 8.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

92. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=(x+y)(4-x-y)$.

5p **a)** Arătați că $0*3=3$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x*1=0$.

5p **c)** Determinați numerele naturale n pentru care numărul $N=(n+5)*(n-5)$ este natural.

93. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 2x - 3y + 6$.

5p **a)** Arătați că $2 * 2 = 0$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x * 6 = x$.

5p **c)** Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care $x * (2 * x) \geq 2$.

94. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = (x-6)(y-6)+6$.

5p **a)** Arătați că $9 \circ 8 = 12$.

5p **b)** Arătați că $e = 7$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **c)** Determinați numerele reale nenule x pentru care $x \circ \frac{6}{x} = 6x$.

95. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2-3X+a$, unde a este număr real.

5p **a)** Pentru $a=1$, arătați că $f(-1)=0$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $3x_1+3x_2+3x_3-x_1x_2x_3=3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Pentru $a=9$, determinați rădăcinile polinomului f.

96. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2-3X+a$, unde a este număr real.

5p **a)** Pentru $a=1$, arătați că $f(-1)=0$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $3x_1+3x_2+3x_3-x_1x_2x_3=3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Pentru $a=9$, determinați rădăcinile polinomului f.

97. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Vara Iunie · V01

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

2. Pe mulțimea $M=[0,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x*y=x+y-\sqrt{xy}$.

5p **a)** Arătați că $1*4=3$.

5p **b)** Determinați $x\in M$ pentru care $x*(9x)=x^2$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $2^x*2^{x+2}=6^x$.

98. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3+aX^2-2X+2$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(0)=2$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $x_1x_2x_3(1+x_1+x_2+x_3)=4$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Știind că polinomul f este divizibil cu polinomul $X+1$, determinați restul împărțirii lui f la polinomul X^2-2.

99. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Rezerva Toamna August · V05

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Rezerva_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V05.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3+2X^2+mX+4$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=2$, arătați că $f(-2)=0$.

5p **b)** Pentru $m=1$, determinați restul împărțirii polinomului f la polinomul $g=X+1$.

5p **c)** Determinați rădăcinile polinomului f, știind că produsul a două dintre acestea este egal cu 1.

100. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x^2 - xy - x + 2y + 1$.

5p **a)** Arătați că $1 \circ 1 = 2$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x \circ (2x) = 1$.

5p **c)** Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $m \circ n = m$.

101. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 5 - \frac{x+y}{2} + xy$.

5p **a)** Arătați că $1 * 3 = 6$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x * 5 = 2x$.

5p **c)** Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $(m-n) * (m+n) = m^2$.

102. Matematica — Subiectul II, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră polinomul $f=X^3-aX+2+a$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(1)=3$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul $g=X+2$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $x_1^3+x_2^3+x_3^3=x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.